



数理逻辑

OI - 引言

(Press ? for help, n and p for next and previous slide)

戴望州

南京大学智能科学与技术学院

2026年 - 春季

<https://daiwz.net>



课程信息

课程信息



- › **时间：**周二3-4节
- › **周数：**I-I6周
- › **地点：**苏教B209
- › **助教：**
 - › 袁雪容, yuanxr@lamda.nju.edu.cn
 - › 桑世杰, sangsj@lamda.nju.edu.cn
 - › 李墨晗, limh@lamda.nju.edu.cn
 - › 王未, 221900255@smail.nju.edu.cn
- › **课程主页：** <https://daiwz.net/teaching>
- › **Office Hour：** 周三下午



参考书



1. Peter Smith. *An Introduction to Formal Logic*.
2. Herbert B. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic*.
 - » 郝兆宽, 杨睿之. 《数理逻辑: 证明及其限度》.



大模型和 agent 这么强大，
搞 AI 还需要学习数理逻辑吗？



人工智能领域如何看?

- > IJCAI 2025 keynotes
- > Nature Feature News, Nov. 2025
- > Learning and Reasoning Manifesto
- > AAI 2025 - The future of AI research



用了几千年自然语言，
干嘛要研究数理逻辑？



数理逻辑是人工智能前奏——我说的



数理逻辑初步

1. **形式化推理** (希尔伯特的野望)
2. 命题逻辑 (进击的哥德尔·そのI)
3. 一阶逻辑 (进击的哥德尔·その2)
4. 哥德尔不完全性定理 (人类的绝望)
5. 穿插一些 `Lean4` & `Prolog` (如果有时间的话 😊)



什么是逻辑?

逻辑学家如何解释上厕所要排队



“Formally: pee implies queue. Pee, therefore, queue.”



credit: GPT4o



“夫辯者，將以明是非之分，審治亂之紀，明同異之處，察名實之理，處利害，決嫌疑。焉摹略萬物之然，論求群言之比。以名舉實，以辭抒意，以說出故，以類取，以類予。有諸己不非諸人，無諸己不求諸人。”（《墨子·小取》，公元前476年 - 公元前390年）



A syllogism (Συλλογισμός, **deduction**) is discourse (*logos*) in which, certain things being supposed (**premises**), something different from those supposed results of necessity (**conclusion**) because of their being so. I mean by the last phrase that they produce the consequence, and by this, that no further term is required from without in order to make the consequence necessary. (*Prior Analytics*, 384 BC - 322 BC)



“If this is done, whenever controversies arise, there will be no more need for arguing among two philosophers than among two mathematicians. For it will suffice to take the pens into the hand and to sit down by the abacus, saying to each other (and if they wish also to a friend called for help): **Let us calculate.**” (*Philosophische Schriften*, 1646-1716)



逻辑的作用是系统性地检验论证的有效性

1. 什么叫“论证”（arguments）？
2. 什么叫“检验”（evaluation）？
3. 什么叫“有效性”（validity）？
4. 什么叫“系统性地”（systematically）？



论证

论证：“辯” - “ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ” - “ARGUMENT”



《现代汉语词典（第七版）》：

1. 在逻辑学中，指引用论据来证明论题的真实性的论述过程，是由论据推出论题时所使用的推理形式。
2. 论述并证明。
3. 立论的根据。

“论证”vs“解决问题”



The General Problem Solver [Herbert A. Simon, J. C. Shaw and Allen Newell, 1957]

从“证明 $1 + 1 = 2$ ”，“玩吃豆人”到“烧一壶开水”

“解决问题”



BIG Problem

“解决问题”



Working Memory \rightarrow [small problem 1, small problem 2, ...]

“解决问题”



Working Memory \rightarrow [**small problem #1**, small problem #2, ...]

“解决问题”



Working Memory \rightarrow [[smaller problem #1.1, smaller problem #1.2],
small problem #2, ...]

“解决问题”



Working Memory \rightarrow [~~smaller problem #1.1~~, smaller problem #1.2],
small problem #2, ...]

“解决问题”



Working Memory \rightarrow [~~smaller problem #1.1~~, ~~smaller problem #1.2~~],
small problem #2, ...]

“解决问题”



Working Memory → [~~small problem #1~~, **small problem #2**, ...]

“已证”? “解决”?



如何判定 ~~small problem #1~~?

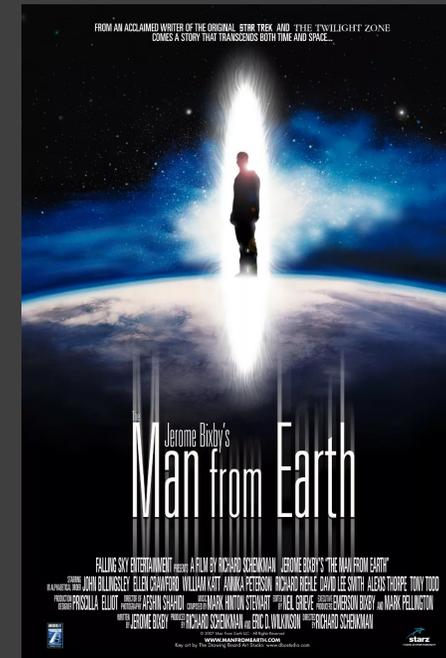


检验

例 I



- › 论点 1: 约翰已经活了超过14,000年。
- › 论点 2: 永生并不像看起来那么不可能。
- › 论点 3: 他见证了人类文化和宗教的诞生。
- › 论点 4: 约翰长久的生命解释了他对历史的深刻理解。
- › 论点 5: 永生的神话解释了许多历史人物为何显得“超凡脱俗”。
- › 结论: 永生者可能是我们许多神话和宗教信仰的源头。





检验论证的两个维度

- › 论点 1: 约翰已经活了超过14,000年。
- › 论点 2: 永生并不像看起来那么不可能。
- › 论点 3: 他见证了人类文化和宗教的诞生。
- › 论点 4: 约翰长久的生命解释了他对历史的深刻理解。
- › 论点 5: 永生的神话解释了许多历史人物为何显得“超凡脱俗”。
- › 结论: 永生者可能是我们许多神话和宗教信仰的源头。

1. 论证的前提是否正确?
2. 论证的过程是否滴水不漏?
 - › 即: 若前提100%正确, 结论是否保证100%正确?
 - › “滴水不漏”的确是另一个维度, 因为它与“前提是否正确”无关



检验论证的两个维度

在这门课上，我们只关注第二个维度：

1. “前提”来自各个领域，其正确性和“逻辑”本身无关
2. 逻辑学家关心的是：“从某些（假定为真的）论据出发，究竟能不能得到最终的结论”



论证的有效性

例 2



1. 小明不是在卷，就是在卷的路上
2. 小明不在卷
3. 小明在卷的路上

例 3



1. 卡普空的《怪物猎人》系列一直都很好玩。
2. 卡普空出了一款正统续作《怪物猎人：荒野》！
3. 《怪物猎人：荒野》一定很好玩！



两种推理的不同

- › 例1 & 2 中的推理“滴水不漏”——演绎（deduction）
 - › 若它们的论据为真，没有任何理由能让它们的结论为假
 - › 从推理得到的结果
- › 例3 中的推理虽然很可能，但存在“漏洞”——归纳（induction）
 - › 若3.1和3.2为真，确实能找到令3.3为假的理由（即便可能性很小）
 - › 从过去经验中得到的结论，它能够一定程度上预测未来



演绎有效性（非正式定义）

定义：若一个从某些前提推演出结论的演绎步骤完全“滴水不漏”，即若前提的成立绝对保证（absolutely guarantees）结论的成立，我们就称这一步推理是**演绎有效的**（deductively valid）。

定义：反过来，若一个包含前提和结论演绎步骤是**有效的**（valid），那么我们称这些前提（premises）**演绎蕴涵**（deductively entails）它的结论（conclusion）。

- › 例1 & 2是演绎有效的
- › 例3尽管是很有说服力的归纳，但它不是演绎有效的



演绎有效性（非正式定义）

逻辑推理能够系统性地检验论证的有效性

定义：若一个从某些前提推演出结论的演绎步骤完全“滴水不漏”，即若前提的成立绝对保证（absolutely guarantees）结论的成立，我们就称这一步推理是演绎有效的（deductively valid）。

“绝对保证”和“滴水不漏”过于抽象，
有没有更具体、更数学的定义？



小结



逻辑的作用是系统性地检验论证的有效性

1. 什么叫“论证”（arguments）？
2. 什么叫“检验”（evaluation）？
3. 什么叫“有效性”（validity）？
4. 什么叫“系统性地”（systematically）？