

数理逻辑 (2024 春) 作业 - 03

I 证明 (3 选 1)

1. $\vdash (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
2. Contraposition: 若 $\Gamma \cup \{\neg\alpha\} \vdash \neg\beta$, 则 $\Gamma \cup \{\beta\} \vdash \alpha$
3. Double Negation Elimination: $\{\neg\neg\alpha\} \vdash \alpha$

2 证明 (3 选 2)

1. 若 Γ 是不一致的, 那么对任意 wff α 有 $\Gamma \vdash \alpha$
2. 若 $\Gamma \vdash \alpha$ 且 $\neg\alpha \in \Gamma$, 那么 Γ 是不一致的
3. 若 $\Gamma \cup \{\alpha\}$ 与 $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$ 均不一致, 那么 Γ 本身就不一致

3 证明定理 I.34

如果 Γ 是完备 (complete) 且一致 (consistent) 的, 那么:

1. 若 $\Gamma \vdash \alpha$, 则 $\alpha \in \Gamma$
2. $\alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$ 当且仅当要么 $\alpha \notin \Gamma$, 要么 $\beta \in \Gamma$