

## 数理逻辑（2024 春）作业 - 02

### I 证明（5 选 3）

设  $\Gamma$  是一个命题 wff 集合， $\alpha$  与  $\beta$  为 wff，试证明以下命题：

1.  $\alpha$  是重言式，当且仅当  $\emptyset \models \alpha$
2. 若  $\Gamma \models \alpha$  且  $\Gamma \models \alpha \rightarrow \beta$  则  $\Gamma \models \beta$
3. 紧致性 (Compactness): 若  $\Gamma$  是可满足的，那么  $\Gamma$  的任意有穷子集均是可满足的
4. 单调性 (Monotonicity): 若  $\Gamma \subseteq \Delta$  且  $\Gamma \models \alpha$ ，那么同样有  $\Delta \models \alpha$
5. 传递性 (Transitivity): 若  $\Gamma \models \alpha$  且  $\Delta \cup \{\alpha\} \models \beta$ ，那么有  $\Gamma \cup \Delta \models \beta$