

# 数理逻辑 (2024 春) 作业 - 01

## I 形式化

用命题逻辑形式化以下推理, 并指出哪些步骤是逻辑上非有效的:

1. 鱼越大, 鱼刺越大
2. 鱼刺越大, 鱼肉越少
3. 鱼肉越少, 鱼越小
4. So: 鱼越大, 鱼越小

## 2 证明

(Enderton, Ex 1.1.2) 不存在长度为 2, 3 或 6 的 wff, 但其他任意正整数长度的 wff 均可能存在。

## 3 证明

(Enderton, Ex 1.1.3) 令  $\alpha$  是一个 wff; 设  $c$  为二元联词 ( $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ) 在  $\alpha$  中出现的次数,  $s$  是命题符号 ( $\{A_i, \dots\}$ ) 在  $\alpha$  中出现的次数 (例如, 若  $\alpha$  是  $(A \rightarrow (\neg A))$ , 则  $c = 1, s = 2$ )。使用归纳法证明  $s = c + 1$ 。

## 4 证明

令  $S' = \{\alpha \mid \text{存在有穷构造序列 } \langle \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle \text{ 使得 } \alpha_n = \alpha \text{ 且对任意 } i \leq n \text{ 满足定义 1.4 的 3 个条件之一}\}$ , 证明  $S' = S$ 。(  $S$  由定义 1.2 给出 )