

数理逻辑（2024 春）作业 - 01

I 形式化

用命题逻辑形式化以下推理，并指出哪些步骤是逻辑上非有效的：

1. 鱼越大，鱼刺越大
2. 鱼刺越大，鱼肉越少
3. 鱼肉越少，鱼越小
4. So: 鱼越大，鱼越小

2 证明

(Enderton, Ex 1.1.2) 不存在长度为 2, 3 或 6 的 wff, 但其他任意正整数长度的 wff 均可能存在。

3 证明

(Enderton, Ex 1.1.3) 令 α 是一个 wff; 设 c 为二元联词 ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$) 在 α 中出现的次数, s 是命题符号 ($\{A_i, \dots\}$) 在 α 中出现的次数 (例如, 若 α 是 $(A \rightarrow (\neg A))$, 则 $c = 1, s = 2$)。使用归纳法证明 $s = c + 1$ 。

4 证明

令 $S' = \{\alpha \mid \text{存在有穷构造序列 } \langle \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle \text{ 使得 } \alpha_n = \alpha \text{ 且对任意 } i \leq n \text{ 满足定义 1.4 的 3 个条件之一}\}$, 证明 $S' = S$ 。(S 由定义 1.2 给出)