

# 离散数学-图论作业 8 树的基本概念

如无特意说明，以后各题只考虑有限个点的图。

## Problem 1

计算下列各题：

- 1) 有多少非同构的 4 个顶点的树?
- 2) 饱和碳氢化合物  $C_4H_{10}$  有多少不同的同分异构体?
- 3) 有多少由 4 个不可区分的顶点构成的二叉树?
- 4)  $K_4$  有多少个不同的生成树? (假设每个顶点有唯一标号)

## Problem 2

证明或反驳：若  $G$  是最大度大于等于  $k$  的树，则  $G$  至少有  $k$  个顶点度数为 1。

## Problem 3

证明或反驳：所有边数不超过图  $G$  的最小顶点度的树都与图  $G$  的某个子图同构（只考虑简单图）。

## Problem 4

标记树是其中每个顶点都指定了标记的树。当在两个标记树之间存在保持顶点标记的同构时，就称这两个标记树是同构的。

用集合  $\{0, 1, 2\}$  里不同的数来标记三个顶点的、非同构的标记树有多少种？用集合  $\{0, 1, 2, 3\}$  里不同的数来标记四个顶点的、非同构的标记树有多少种？

## Problem 5

令  $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  为一正整数序列，且  $n \geq 2$ 。

a) 若  $D$  恰好是某个树  $T$  的各个顶点的度数序列, 试证明

$$\sum_{i=1}^n d_i = 2(n-1)$$

b) 反过来, 试证明: 若  $D$  满足上式, 则存在一个树  $T$ , 使得  $D$  恰好是  $T$  的各个顶点的度数序列。