

离散数学-图论作业 5 哈密尔顿图

Problem 1

对哪些 m 和 n 值来说, 完全二部图 $K_{m,n}$ 具有哈密尔顿回路?

Problem 2

证明或反驳: 若 G 不是 2-连通图, 则 G 不是哈密尔顿图

Problem 3

证明或反驳: 如果二部图 G 是 H 图, 那么必有偶数个顶点

Problem 4

若简单图 G 满足 $V(G) \geq 3$ 且 $\delta(G) \geq \frac{V(G)-1}{2}$, 证明或反驳:

- a) G 一定存在哈密尔顿回路。
- b) G 一定存在哈密尔顿通路。

Problem 5

考虑在 11 天安排 11 门课程的考试 (每天考 1 门课), 使得同一位老师所任的任意两门课程考试不排在接连的两天中, 试证明如果没有老师担任多于 6 门课程, 则符合上述要求的考试安排总是可能的。

Problem 6

考虑 $M \times N$ 的网格, 以其中的方格作为点集, 任意两个点之间有边当且仅当对应的两个方格相邻, 构成图 G 。

- a) 当 N 是偶数且 $M > 1$ 时, 给出一种哈密尔顿回路的构造方法。
- b) 当 N 和 M 都是大于 1 的奇数时, 证明此时 G 没有哈密尔顿回路。

Problem 7

简单图 G 满足 $|G| > 2$, 令 m 为 G 的边数, n 为 G 的顶点数。试证明: 如果 $m > C_{n-1}^2 + 1$, 则 G 一定存在哈密顿回路。(提示: 可使用数学归纳法证明)