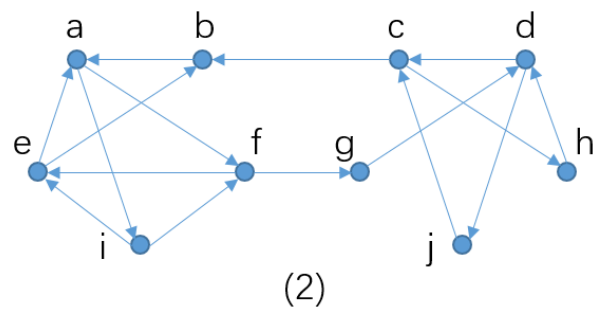
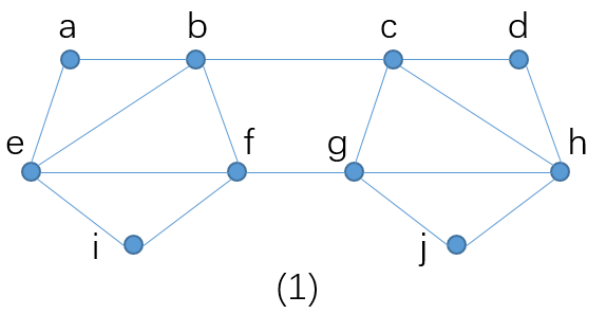


离散数学-图论作业 4 欧拉图

如无特意说明，以后各题只考虑有限个点的图。

Problem 1

试确定下方所示各图是否具有欧拉回路。若存在欧拉回路，则构造出一条欧拉回路。若不存在，试确定这个图是否具有欧拉通路。若存在欧拉通路，则构造出一条欧拉通路。



Problem 2

对哪些 m 和 n 值来说，完全二部图 $K_{m,n}$ 具有

1) 欧拉回路?

2) 欧拉通路?

Problem 3

请找出所有互不同构的具有 5 个顶点的欧拉图（仅考虑无向简单图，画图示意即可）。

Problem 4

证明或反驳：若无向简单图 G_1 和 G_2 是顶点数、边数均相等的欧拉图，则 G_1 和 G_2 同构。

Problem 5

若无向简单图 G 有欧拉通路，证明或反驳：

- 1) 当 G 的顶点数是奇数时，若补图 \bar{G} 是连通的，则 \bar{G} 中存在欧拉通路。
- 2) 当 G 的顶点数是偶数时，若补图 \bar{G} 是连通的，则 \bar{G} 中不存在欧拉通路。

Problem 6

给定无向简单图 G ($|G| \geq 3$)，定义线图 $L(G)$ 如下：

- 对 G 中的每条边， $L(G)$ 中恰好有一个顶点与之对应；
- $L(G)$ 中任意两点相邻当且仅当它们在 G 中对应的两条边相邻（即有一个公共顶点）。

证明若 G 是简单、连通的 r -正则图，则 $L(G)$ 是欧拉图。

Problem 7

友谊图：简单图 F 满足 $V(F) > 2$ 且对于任意 $u, v \in V(F)$, u, v 有且仅有一个共同的相邻节点（两个人只有唯一的共同的朋友），则称 F 是友谊图。

试证明：友谊图一定是欧拉图。