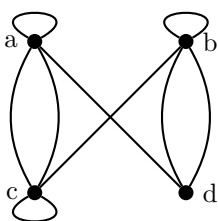


# 离散数学-图论作业 2 图的表示与图同构

## Problem 1

用邻接矩阵表示左侧的图；并画出右侧邻接矩阵表示的有向图。



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

## Problem 2

1) 对下面两个简单图，先写出图的邻接矩阵  $A$ ，关联矩阵  $B$ ，然后计算矩阵  $D = BB^T - A$ 。

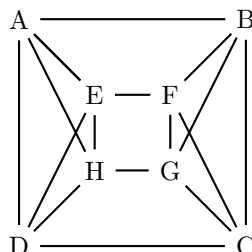
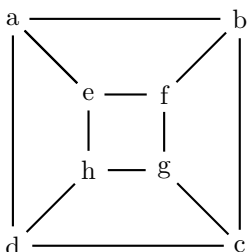
a)  $K_{3,2}$

b)  $\overline{K_{2,3}}$

2)  $D$  与原来的图什么关系？试解释其原因。（ $D$  是该图的什么矩阵？）

## Problem 3

证明 [下左图] 和 [下右图的补图] 同构。



## Problem 4

具有 4 个顶点的非同构简单图中，有多少个

- 1) 包含  $C_3$ ?
- 2) 无孤立点?
- 3) 是二部图?

## Problem 5

若简单图  $G$  与  $\bar{G}$  是同构的，则  $G$  称为**自补图**

试证明：若图  $G$  是自补图，则图  $G$  的顶点数  $\nu$  满足  $\nu \equiv 0, 1 \pmod{4}$ 。

## Problem 6

对以下每组同构不变量的值找出一对不同构的图

- 1) 顶点数 =5，边数 =5，且子图中最大的完全图是  $K_3$
- 2) 度序列是 (2,2,2,2,2,2,2)

## Problem 7

$G$  的围长是指  $G$  中最短回路的长；若  $G$  没有回路，则定义  $G$  的围长为无穷大。

证明：围长为 4 的  $k$  正则图至少有  $2k$  个顶点，且恰有  $2k$  个顶点的这样的图（在同构意义下）只有一个。