

# 离散数学第十二次作业-二元关系

## Problem 1

设集合  $A = \{a, b, c\}$ , 判断以下结论是否正确.

(1)  $\emptyset \subseteq A \times A$

(2)  $\{a, c\} \in A$

(3)  $\{a, b\} \in A \times A$

(4)  $(c, c) \in A \times A$

## Problem 2

设  $A, B$  为任意集合, 证明: 若  $A \times A = B \times B$ , 则  $A = B$ .

## Problem 3

证明  $A \times B \neq B \times A$  除非  $A = B$ , 其中  $A$  和  $B$  均为非空集合.

## Problem 4

设  $R$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的关系, 从集合  $B$  到集合  $A$  的逆关系 (记作  $R^{-1}$ ) 是有序对集合  $\{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$ ; 而补关系  $\bar{R}$  是有序对集合  $\{(a, b) \mid (a, b) \notin R, a \in A, b \in B\}$ .

若  $R$  是正整数集合上的关系:  $R = \{(a, b) \mid a \text{ 整除 } b\}$ , 求

(1)  $R^{-1}$

(2)  $\bar{R}$

## Problem 5

设

$$A = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$$

$$B = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$$

求

$$(1) A \cup B, A \cap B$$

$$(2) \text{dom } A, \text{dom } B, \text{dom } (A \cup B)$$

$$(3) \text{ran } A, \text{ran } B, \text{ran } (A \cap B)$$

$$(4) \text{fld } (A - B)$$

## Problem 6

设  $R$  是关系  $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$ ,  $S$  是关系  $\{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$ , 求  $S \circ R$ .

## Problem 7

设  $R_1$  和  $R_2$  分别是整数集合上的“模 3 同余”和“模 4 同余”关系, 即  $R_1 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod}3)\}$  和  $R_2 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod}4)\}$ . 求

$$(1) R_1 \cup R_2$$

$$(2) R_1 \cap R_2$$

$$(3) R_1 - R_2$$

$$(4) R_2 - R_1$$

$$(5) R_1 \oplus R_2$$

## Problem 8

问

a) 在集合  $\{a, b, c, d\}$  上有多少个不同的关系?

b) 在集合  $\{a, b, c, d\}$  上有多少个关系包含有序对  $(a, a)$ ?

## Problem 9

设  $R_1$  和  $R_2$  是  $A$  上的关系, 试证明:

$$(1) (R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}.$$

$$(2) (R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}.$$