

离散数学第十一次作业-离散概率

Problem 1

设 A 和 B 是两个事件, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$ 且 $P(A \cap B) = 0.1$, 求

- a) $P(A | B)$
- b) $P(B | A)$
- c) $P(A | A \cup B)$
- d) $P(A | A \cap B)$
- e) $P(A \cap B | A \cup B)$

Problem 2

设 E_1 和 E_2 是两个事件, 如果 $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$, 就称 E_1 和 E_2 是独立的. 如果把一枚硬币被抛掷 3 次时所有可能的结果构成一个集合, 把这个集合的子集看做事件, 确定下面的每一对事件是否是独立的.

- a) E_1 : 第一次硬币头像向下; E_2 : 第二次硬币头像向上.
- b) E_1 : 第一次硬币头像向下; E_2 : 在连续 3 次中有 2 次但不是 3 次头像向上.
- c) E_1 : 第二次硬币头像向下; E_2 : 在连续 3 次中有 2 次但不是 3 次头像向上.

Problem 3

某工厂有甲乙丙三个车间, 其产量比为 $5 : 3 : 2$, 其良品率分别为 $0.95, 0.96, 0.98$. 请问从三个车间的产品中任取一件, 取到次品的概率.

Problem 4

设离散型随机变量 $X \in \{1, 2, 3\}, Y \in \{1, 2, 3\}$ 的联合概率 $P(X \cap Y)$ 分布为:

(X, Y)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
Pr	1/6	1/9	1/18	1/3	a	b

若 X, Y 相互独立, 求 a, b .

Problem 5

假如某诊所对病人的检测中有 4% 的人感染了禽流感病毒. 此外, 假定对给定的禽流感血液检测 (检测结果为阳性不等价于感染病毒, 即感染了禽流感的人也可能呈阴性, 没有感染的人也可能呈阳性), 感染了禽流感的人中有 97% 的人禽流感检测呈阳性, 没感染禽流感的人中有 2% 的人禽流感检测呈阳性. 那么, 下列概率是多少?

- 禽流感检测呈阳性的人真的感染了禽流感病毒.
- 禽流感检测呈阳性的人没有感染禽流感病毒.
- 禽流感检测呈阴性的人感染了禽流感病毒.
- 禽流感检测呈阴性的人没有感染禽流感病毒.

Problem 6

当一个均匀的骰子被掷 10 次时, 出现 6 点的次数的方差是多少?

Problem 7

一个工业产品以 20 个产品为一个批次出货. 由于测试每件产品确定是否有缺陷比较昂贵, 因此制造商常常选择抽样测试. 抽样测试是为了尽量减少运送给顾客的次品数量, 要求从每批出货中抽取 5 件产品, 并且如果观察到一个以上的次品则拒绝批次. (如果批次被拒绝, 其中的每件产品都会被检测.) 如果批次中包含 4 件次品, 它会被拒绝的概率是多少? 样本大小为 5 的采样中次品的预期数量是多少? 样本大小为 5 的采样中次品数量的方差是多少?

Problem 8

俄罗斯同胞喜欢玩一个叫轮盘赌 (*Russian roulette*) 的游戏: 假设左轮手枪有六个弹膛, 仅在其中放入一发子弹. 若有 n ($n \leq 6$) 个人轮流开枪, 直到子弹射出为止, 将子弹射出者获胜. 试问: 这个游戏是否公平, 即是否每一个参与的玩家获胜概率相等? 请回答 $n = 2, 3, 4, 5, 6$ 的每个情形.

Problem 9

某人爱说谎, 三句只能信两句. 他扔了一个骰子, 报告说是“四点”. 问这个骰子真是四点的概率是多少?

Problem 10

假设现在有 100 个座位, 从 1 号到 100 号, 从其中随机选择 25 个座位, 所选的连续座位对的期望是多少?(譬如 $\{1, 2\}$ 就是一个连续座位对).

Problem 11

证明: 任一整数是平方数的必要条件是它有奇数个正因子.