

离散数学-第四次作业

Problem 1

设 a, b, c 各不相同，判断下列等式中哪个等式为真。

a) $\{\{a, b\}, c, \emptyset\} = \{\{a, b\}, c\}$

b) $\{a, b, a\} = \{a, b\}$

c) $\{\{a\}, \{b\}\} = \{\{a, b\}\}$

d) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, a, b\} = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, a, b\}$

Problem 2

判断下列各集合是否为某集合的幂集。

a) \emptyset

b) $\{\emptyset, \{a\}\}$

c) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$

d) $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Problem 3

给出以下各个谓词的真值集合，这里的域是整数集合。

a) $P(x) : x^3 \geq 1$

b) $Q(x) : x^2 = 2$

c) $R(x) : x < x^2$

Problem 4

证明如果 A 和 B 为集合，且 $A \subseteq B$ ，则

a) $A \cup B = B$

b) $A \cap B = A$

Problem 5

如果集合 A 、 B 、 C 满足下述条件，你能判断 $A = B$ 吗，请说明理由或者给出例子？

a) $A \cup C = B \cup C$

b) $A \cap C = B \cap C$

c) $A \cup C = B \cup C$ 并且 $A \cap C = B \cap C$

Problem 6

令 A 和 B 为全集 U 的子集。证明 $A \subseteq B$ 当且仅当 $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ 。

Problem 7

证明如果 A 是全集 U 的子集，则

a) $A \oplus A = \emptyset$

b) $A \oplus U = \overline{A}$

Problem 8

令 $A_i = \{\dots, -2, -1, 0, 1, \dots, i\}$ ，求

a) $\bigcup_{i=1}^n A_i$

b) $\bigcap_{i=1}^n A_i$

Problem 9

证明如果 A 和 B 是有限集，则 $A \cup B$ 是有限集。

Problem 10

集合 A 的后继是集合 $A \cup \{A\}$ 。求下列集合的后继。

a) $\{1, 2, 3\}$

b) \emptyset

c) $\{\emptyset\}$

d) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$