

数理逻辑（2024 春）作业 - 06

I 证明 FOL 公理的有效性

证明以下几组 FOL 公理均是有效的

- 第三组公理: $\models \forall(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta)$
- 第四组公理: $\models \alpha \rightarrow \forall x \alpha$, 其中 x 不在 α 中自由出现
- 第五组公理: $\models x = x$
- 第六组公理: $\models (x = y) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha')$, 其中 α 为原子公式, α' 为对 α 中的 x 进行 0 次或多次替换后得到的 wff

2 证明

证明 FOL 可靠性定理的推论 2.31: 若 Γ 是可满足的, 那么它是一致的

3 证明

P 为二元谓词, f 为一元函数, 证明

$$\models x = y \rightarrow (Pzf x \rightarrow Pzfy)$$

4 证明

证明以下一阶逻辑公式不是逻辑有效的, 但是是可满足的, 其中 P 为二元谓词

$$\forall x (\neg Pxx) \wedge \forall x \forall y \forall z ((Pxy \wedge Pyz) \rightarrow (Pxz \wedge \forall x \exists y Pxy))$$